

## ПЕТРОГРАФИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ И СТАТИСТИКИ МЕЖЗЕРНОВЫХ КОНТАКТОВ

*Войтеховский Ю. Л.*

*Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Санкт-Петербург*

В науках о минеральном веществе – кристаллографии, минералогии и петрографии – принят конституционный принцип: объект определяется составом (химическим, минеральным) и строением (структурой, текстурой). Для определения составов есть точные методы количественного (химического, модального) анализа, структур минералов – кристаллографическая теория и рентгеновские методы. В описаниях минеральных агрегатов и горных пород фундаментальной математики нет. Но их структурам и текстурам посвящены монографии и атласы [1, 16], поскольку «каждая горная порода имеет структуру и текстуру» [13, 15], и потому, что они говорят о генезисе. Первая статья Г. К. Сорби, применившего микроскоп к анализу прозрачных шлифов, называлась «О микроскопической структуре кристаллов, указывающей на происхождение минералов и горных пород» [29].<sup>1</sup>

Ю. И. Половинкина взяла эпиграфом к монографии слова Е. С. Федорова: «Для опреде-

ления породы важнейшими моментами являются структура и минеральный состав, и притом из этих двух моментов первый является наиболее важным» (1896). Вот похожие мысли: «Сложение и некоторые другие особенности пород имеют никак не меньшее значение, чем минералогический состав» [17, с. 88], при этом «изучение минералогического состава гораздо существеннее изучения чисто химического» [17, с. 157]. Важно указать на подоплеку бытующих определений петрографических структур и текстур. Представим себе «плеохроичный дворик» вокруг радиоактивного минерала. В той или иной степени в нем нарушена структура ойкокристалла. Там, где она разрушена совсем, некая организация вещества есть, но структуры нет. Этот объем – за границами кристаллографии, здесь ее терминология не применима.

Теперь представим себе «гнейсы, пронизанные жилами аплита или гранита, в которых эти жилы обнаруживают сильную складчатость;

<sup>1</sup> Позднее он вспоминал: «In those early days people laughed at me. They quoted Saussure who had said that it was not a proper thing to examine mountains with microscopes, and ridiculed my action in every way. Most luckily I took no notice of them», то есть «Поначалу люди смеялись надо мной. Они цитировали Соссюра, который сказал, что не подобает рассматривать горы в микроскопы, и всячески высмеивали мои действия. К счастью, я не обращал на них внимания» (пер. авт.). Замечательный пример эволюции идеи от полного неприятия до всеобщего признания. Отсюда вывод: надо быть смелее в новых методах...

образование складок произошло еще до кристаллизации гранита, при чем вмещающая порода в непосредственном соседстве была чрезвычайно пластична» [13, с. 322]. По Я. Й. Седерхольму мы назовем их птигматитами (греч. птигма – складка). «Конгломерат, богатый кристаллическим цементом» [там же], назовем пуддингом, ибо его напоминает. «Афанитовая с дендрито-подобными удлинёнными микролитами оливина и пироксена или одного из этих минералов, находящихся в сложных блоковых срастаниях» [15, с. 411] – это структура спинифекс, ибо напомнила авторам одноименную австралийскую и южно-африканскую траву [30]. Отдадим должное языку петрографов, достойному систем К. Линнея и Э. Геккеля. Наша методическая претензия состоит в другом: нельзя называть структурой то, что по сути бесструктурно. Смешав их во всем природном многообразии, затем в попытке их различить останется прибегнуть к метафорическому богатству языка, что и случилось...

Е. С. Федоров заметил: «Общее стремление всех наук суживать понятие принимаемых ими единиц дает себя чувствовать и в петрографии; но здесь, быть может, слабее, чем в какой-нибудь другой науке, единицы эти удается подвести под сколько-нибудь строгие определения. Главной причиной трудности является то обстоятельство, что сама единица петрографии – горная порода – есть нечто сложное; она сама состоит из подчиненных единиц – минералов, и связь их между собою в горной породе есть связь механическая» [17, с. 87]. Ему не удалось построить математическую теорию кристаллической горной породы, скорее всего потому, что в математике своего времени он не видел нужной логической конструкции, а концепции кристаллографии его не устроили. В современной математике подходящей представляется концепция дискретного топологического пространства с дальнейшей детализацией в пространство толерантное, измеримое, метрическое, коррелированное и т.д. [3 и мн. др.]. Далее укажем лишь тот логический ход, который ведет к определению петрографической структуры.

### К определению петрографической структуры

Из системного анализа заимствуем представления об организации и структуре. Организация – совокупность всех отношений между частями целого. Структура – совокупность самых

важных отношений, определяющих целое по сути. Организацию горной породы выразим суммой вероятностей бинарных (еще есть тернарные и куотернарные, но это – более высокие этажи теории) межзерновых контактов:

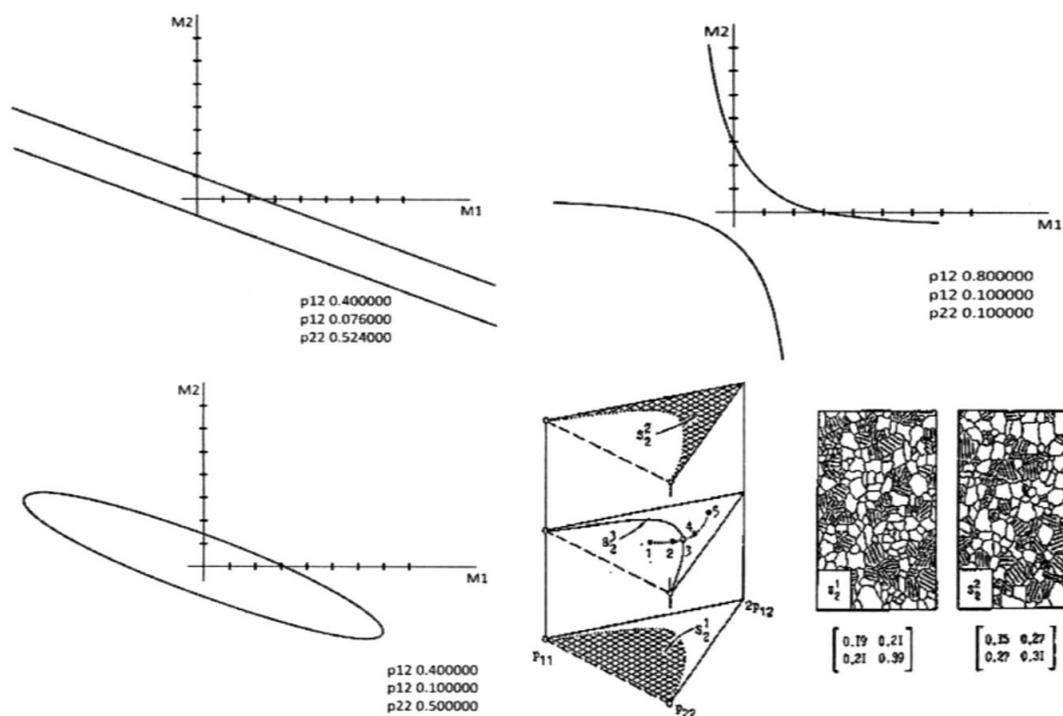
$$\sum_{i,j=1}^n p_{ij} m_i m_j = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n] \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \dots \\ m_n \end{bmatrix}$$

Формализм показывает, что любая горная порода представляет собой многозначный автоморфизм (замыкание, отображение на себя) набора минералов, управляемый оператором  $P_{ij}$  вероятностей межзерновых контактов:

$$\sum_{i,j=1}^n p_{ij} m_i m_j = \{m_i\}_1^n \xrightarrow{P_{ij}} \{m_i\}_1^n$$

Оператор  $P_{ij}$  – симметрическая матрица коэффициентов квадратичной формы от  $n$  переменных (минералов в горной породе). Отвечающую ей поверхность назовём структурной индикатрисой. Ее тип строго определяется канонической диагональной формой матрицы  $P_{ij}$ . Петрографическая структура – инвариант горной породы, (алгебраически) фиксируемый диагональной формой матрицы  $P_{ij}$  и (геометрически) структурной индикатрисой. Классификация  $n$ -минеральных петрографических структур сведена к таковой  $n$ -мерных квадратичных поверхностей [6]. Согласованная номенклатура проста: символ  $S_n^m$  означает, что в диагональной форме матрицы  $P_{ij}$   $n$ -минеральной структуры ровно  $m$  ( $1 \dots n$ ) положительных чисел.

В барицентрической диаграмме на рисунке показан переход от норита 1 (индикатриса – эллипс) к нориту 5 (индикатриса – гипербола). Граница между их структурами – условие  $p_{11} p_{22} = p_{12}^2$  в точке 3 (индикатриса – пара параллельных прямых, т.н. равновесие Харди-Вайнберга). Переход состоит в повороте и удлинении эллипса, его разрыве в бесконечно удалённой точке, изгибании пары прямых в гиперболу и её деформации. Изменения в вероятностях  $p_{ij}$  в петрографических шлифах неуловимы, что и сформировало мнение, будто между горными породами с разной организацией всегда есть непрерывные переходы [23]. Всякая петрографическая структура устойчива относительно некоторых вариаций вероятностей  $p_{ij}$ . Но это не противоречит ее изменению скачком на границах классификации.



Биминеральные структуры на примере норитов Фёдорово-Панских тундр, Кольский п-ов

### О наблюдениях в петрографических шлифах

Проблема, которую доставил нам Г. К. Сорби с удовольствием изучать яркие петрографические шлифы – стереологические реконструкции, т.е. восстановления любого параметра в 3D по меркам, снятым в 2D (площадной метод Делесса), 1D (линейный метод Розиваля) и даже 0D (точечный метод Глаголева модального анализа). Статистические распределения тех и других связаны сложным образом. Укажем лишь на интегральные уравнения Вольтерра 2-го рода как математическую теорию, имеющую к теме прямое отношение. Есть надежда (требующая изучения), что реконструкция истинных вероятностей  $p_{ij}$  по их 2D значениям проще, чем для площадей сечений минеральных зерен или секущих их хорд хотя бы в части точности. Очевидно, применение метода в массовом порядке возможно только при наличии программного обеспечения для автоматических оптических анализаторов структур. Литература по стереологическим реконструкциям [2, 4, 5, 7–12, 18–21, 26, 27, 32, 33] и истории измерений под микроскопом [22, 24, 25, 28, 31] обширна.

Проблема стереологической реконструкции не только техническая. Приятно сознавать, что в ней есть философская подоплека. «На свете есть многое, из чего нам дано ровно столько, сколько

необходимо, чтобы мы догадались: это, по сути, надёжно укрыто от наших глаз. Чтобы это понять, не надо прибегать к каким-то высоким абстракциям. Всё, чему свойственна глубина, имеет единую основу. Так, материальные предметы, которые мы можем явственно наблюдать, осязать, обладают третьим измерением, иначе говоря, глубиной, неким внутренним пространством. Но как раз это третье измерение – и невидимо, и неосязуемо. Конечно, на поверхности подобных предметов мы можем распознать кое-какие слабые, робкие намёки на то, что находится внутри, но это «внутри» никогда не сможет выбраться наружу, стать явным точно в такой же мере, как чисто внешние стороны предметов. Напрасный труд – пытаться нарезать третье измерение на тонкие слои поверхностей. Как бы тонко мы ни резали – слои всегда будут сохранять некоторую толщину, иначе говоря, глубину, невидимое, неосязуемое внутреннее пространство. Если же мы получим абсолютно прозрачные для взгляда – мы просто-напросто вообще перестанем видеть что бы то ни было и не заметим ни глубины, ни поверхности. Перед нами предстанет прозрачность как таковая, или ничто. Ибо если глубина нуждается в поверхности, за которой можно было бы укрыться, спрятаться, то и поверхность, в свою очередь, также нуждается в глубине, чтобы можно было над чем-либо простираться, что-либо собой прикрывать» [14].

## Выводы

1. Петрография и технологическая минералогия нуждаются в корректном определении категории петрографической структуры, первая потому, что это – ее фундаментальная характеристика, вторая – чтобы в полной мере вовлечь ее в процедуру прогноза свойств горных пород и руд.

2. Теория петрографических структур должна использовать межзерновые контакты как фундаментальное отношение в горных породах и рудах и математическую статистику как адекватный метод описания.

3. В предложенном автором варианте организация горных пород и руд – многозначный естественный автоморфизм некоторого ансамбля минеральных видов, реализованный через контактирование минеральных индивидов.

4. Петрографическая структура – инвариант горной породы, определяемый через каноническую диагональную форму симметрической матрицы вероятностей межзерновых контактов и соответствующую структурную индикатрису.

5. Классификация  $n$ -минеральных петрографических структур сведена к таковой  $n$ -мерных квадратичных поверхностей. Согласованная номенклатура: символ  $S_n^m$  означает, что в диагональной форме матрицы  $P_{ij}$   $n$ -минеральной структуры ровно  $m$  ( $1 \dots n$ ) положительных чисел.

6. Для массового применения метода нужно программное обеспечение оптических анализаторов структур и исследование проблемы стереологической реконструкции для вероятностей  $p_{ij}$ , подсчитанных в петрографических шлифах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бетехтин А. Г., Генкин А. Д., Филимонова А. А., Шадлун Т. Н. Текстуры и структуры руд. М.: Госгеолтехиздат, 1958. 435 с.

2. Войтеховский Ю. Л. Стереологический подход в модальном анализе горной породы: распределения сферических частиц // Тр. X Всерос. конф. «Матем. исслед. в естеств. науках». Апатиты: К & М, 2014. С. 78–99.

3. Войтеховский Ю. Л. Минеральный агрегат: к истории определения понятия // Зап. РМО. 2022. № 6. С. 101–120.

4. Войтеховский Ю. Л., Солодов Ю. Л. Стереологический подход в модальном анализе горной породы. Исследование распределений изометричных частиц. Деп. ВИНТИ 20.07.89. № 4793-В89. 38 с.

5. Вульфсон Н. И. Методы стереологии в геофизике. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 199 с.

6. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с.

7. Глаголев А. А. Количественный минералогический анализ горных пород под микроскопом. Л.: Госгеолтехиздат, 1932. 25 с.

8. Глаголев А. А. О геометрических методах количественного минералогического анализа горных пород. М.-Л.: Госгеолтехиздат, 1933. 47 с.

9. Глаголев А. А. Геометрические методы количественного анализа агрегатов под микроскопом. М.-Л.: Госгеолтехиздат, 1941. 263 с.

10. Журавский А. М. Минералогический анализ шлифа с точки зрения вероятностей. М.-Л.: Госгеолтехиздат, 1932. 20 с.

11. Иванов Н. В. Новое направление в опробовании рудных месторождений. М.: Госгеолтехиздат, 1963. 179 с.

12. Иванов О. П., Ермаков С. Ф., Кузнецова В. Н. Повышение точности определения весового грану-

лометрического состава рудных минералов по измерениям в шлифах // Тр. ЦНИИ олово. Новосибирск: Наука, 1979. С. 10–14.

13. Левинсон-Лессинг Ф. Ю. (Ред.) Петрографический словарь. Л.-М.: Госгеолтехиздат, 1932. 472 с.

14. Ортега-и-Гассет Х. Глубь и поверхность // Размышления о Дон Кихоте. М.: Грюндриссе, 2016. С. 59–61.

15. Петров В. П. (Ред.) Петрографический словарь. М.: Недра, 1981. 496 с.

16. Половинкина Ю. И. Структуры и текстуры изверженных и метаморфических пород. Ч. 1. Словарь терминов. 235 с.; ч. 2, т. 1. Изверженные породы. 424 с.; ч. 2, т. 2. Метаморфические породы. 272 с. М.: Недра, 1966.

17. Федоров Е. С. Основания петрографии. СПб.: Тип. П. П. Сойкина, 1897. 236 с.

18. Чейз Ф. Количественно-минералогический анализ шлифов под микроскопом. М.: Иностран. лит., 1963. 156 с.

19. Шванов В. Н. Песчаные породы и методы их изучения. Л.: Недра, 1969. 248 с.

20. Шванов В. Н., Марков А. Б. Гранулометрический анализ песчаников в шлифах // Геол. и разведка. 1960. № 12. С. 49–55.

21. Delesse M. Procédé mécanique pour déterminer la composition des roches // Annales des mines. De mémoires sur l'exploitation des mines. Quatrième série. T. 13. Paris: Carilian-Goeury et Dalmont, 1848. P. 379–388. Перевод: Тр. X Всерос. конф. «Матем. исслед. в естеств. науках». Апатиты: К & М, 2014. С. 101–106.

22. Dollar A. T. J. An integrating micrometer for the geometrical analysis of rocks // Mineral. Mag. 1937. Vol. 24. P. 577–594.

23. Harker A. *Petrology for students*. Cambridge: University Press, 1908. 336 p.
24. Hunt W.F. An improved Wentworth recording micrometer // *Amer. Miner.* 1924. Vol. 9. P. 190–193.
25. Hurlbut C. S., Jr. An electric counter for thin-section analysis // *Amer. J. Sci.* 1939. Vol. 237. P. 253–261. Перевод: Тр. X Всерос. конф. «Матем. исслед. в естеств. науках». Апатиты: К & М, 2014. С. 116–120.
26. Krumbein W.C. Thin-section mechanical analysis of indurated sediments // *J. Geol.* 1935. Vol. 43. P. 482–496.
27. Rosiwal A. Über geometrische Gesteinanalysen. Ein einfacher Weg zur ziffermässigen Feststellung des Quantitätsverhältnisses der Mineralbestandtheile gemengter Gesteine // *Verh. der k.-k. Geol. Reichsanstalt*. Wien: Verlag der k.-k. Geol. Reichsanstalt, 1898. S. 143–175. Перевод: Тр. X Всерос. конф. «Матем. исслед. в естеств. науках». Апатиты: К & М, 2014. С. 107–115.
28. Shand S.J. A recording micrometer for geometrical rock analysis // *J. Geol.* 1916. Vol. 24. P. 394–404.
29. Sorby H.C. On the microscopical structure of crystals, indicating the origin of minerals and rocks // *Quarterly J. Geol. Soc.* 1858. Vol. 14. P. 453–500.
30. Viljoen R. P., Viljoen M. J. The geology and geochemistry of the Lower Ultramafic Unit of the Onverwacht Group and a proposed new class of igneous rocks // *Proc. Geol. Soc. South Africa*. 1969. N 2. P. 55–85.
31. Wentworth C.K. An improved recording micrometer for rock analysis // *J. Geol.* 1923. Vol. 31. P. 228–232.
32. Wicksel S. D. The corpuscle problem. A mathematical study of a biometric problem // *Biometrika*. 1925. Vol. 17. P. 84–99.
33. Wicksel S. D. The corpuscle problem. 2nd memoir. Case of ellipsoidal corpuscles // *Biometrika*. 1926. Vol. 18. P. 151–172.